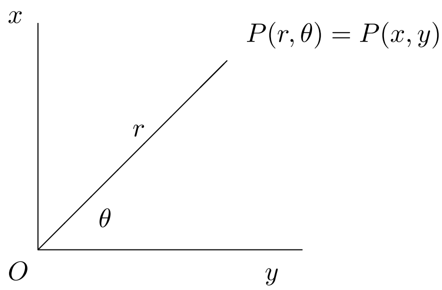
Aflevering til Calculus1

uge 37, 13. september 2005



Vi har de to koordinatsystemer, det kartesiske og det polære. Heraf er det kartesiske nok det mest velkendte, med dets x og y koordinater, som angiver afstanden fra de pågælndende akser.

Det polære, som blev indtroduceret af Newton, benytter sig derimod af origo O, og et vilkårligt punkt i planet eller rummet P. Så er der r som betegner afstanden mellem O og P og slutteligt vinklen θ som i det polære koordinatsystem typisk måles i radianer.

I opgaven er der stillet disse to ligninger, som skal transformeres fra det ene koordinatsystem til det andet.

$$r = 3\sin\theta \quad (1)$$
$$x^2 = 4x \quad (2)$$

Det gør vi fra polære til kartesiske koordinater ved hjælp af ligningerne:

$$x = r\cos\theta \quad (3)$$
$$y = r\sin\theta \quad (4)$$

og fra kartesiske til det polære ved hjælp af:

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (5)$$

Opgave 13 [S] A66

Find den kartesiske ligning udtrykt ved det polære udtryk vist i (1).
Vi kan transformere ligning (4) så den bliver til $\sin\theta = \frac{y}{r}$ og derefter substiturere $\sin\theta$ i ligning (1), så vi kan udføre følgende skridt:

$$\begin{aligned} r &= 3\sin\theta \\ r &= 3\frac{y}{r} \\ r^2 &= 3y \end{aligned}$$

Her substiturer vi så igen med ligning (5) og får fra den polære ligning følgende kartesiske ligning i (6):

$$x^2 + y^2 = 3y \quad | \quad r \neq 0 \quad (6)$$

Opgave 20 [S] A66

Find her omvendt det polære udtryk for ligning (2) som er kartesisk.
Vi transformerer ligning (5) så den bliver til $x^2 = r^2 - y^2$ derefter substituerer jeg x^2 i ligning (2) og kan så transformere igennem til et polært udtryk.

$$\begin{aligned} x^2 &= 4x \\ r^2 - y^2 &= 4x \\ r^2 &= 4x + y^2 \qquad (7) \end{aligned}$$

I (7) har vi så fra en kartesisk ligning fået en polær.

Søren Løbner, DAT1
lobner@daimi.au.dk