Aflevering til Calculus.1

Uge 38,   23. september 2005

Opgaven lyder:

Hvis $z = y + f(x^2 - y^2)$, hvor f er differantiabel, vis så at:

$$y\frac{\partial z}{\partial x} + x\frac{\partial z}{\partial y} = x \tag{1}$$

Det første vi gør er at differantiere partielt, da det fremgår af opgaven at vi skal ende op med de, for hver enkelt variabel, partielt afledede.

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{\partial z}{\partial x} = f' \cdot 2x && (2) \\ f_y &= \frac{\partial z}{\partial x} = 1 + f' \cdot (-2y) && (3) \end{aligned}$$

Så kan vi substituere de partielt afledede ind i ligning (1), og derved få:

$$\begin{aligned} y(f' \cdot 2x) + x(1 + f' \cdot (-2y)) &= x && (4) \\ 2y \cdot f' \cdot x + x \cdot f' \cdot (-2y)) &= x && (5) \\ 2y \cdot f' \cdot x + 2y \cdot f' \cdot x + x &= x && (6) \\ x &= x && (7) \end{aligned}$$

Ergo er det hermed vist at påstanden at $z = y + f(x^2 - y^2)$ hvor f er differantiabel, er lig med ligning (1)

Søren Løbner, DAT1
lobner@daimi.au.dk