

Aflevering til Calculus2

uge 45, udskrevet: 7. november 2006

Opgave 9.6A

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Vi har opgivet matricen A med egenværdien 5 som vi skal finde alle egenvektorer for. Det gør vi at subtrahere 5 i diagonalen.

$$A = \begin{bmatrix} 5-5 & 0 & 0 \\ 0 & 3-5 & 2 \\ 0 & 1 & 4-5 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Den sætter vi så ind i et ligningsystem, med 3 ubekendte, og løser dette.

$$\begin{aligned} 0_{x_1} + 0_{x_2} + 0_{x_3} &= 0 \\ 0_{x_1} - 2_{x_2} + 2_{x_3} &= 0 \\ 0_{x_1} + 1_{x_2} - 1_{x_3} &= 0 \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{aligned} -2_{x_2} + 2_{x_3} &= 0 \\ -2(1_{x_2} - 1_{x_3}) &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Nederste række ganger vi med -2 og får derved:

$$\begin{aligned} -2_{x_2} + 2_{x_3} &= 0 \\ -2_{x_2} + 2_{x_3} &= 0 \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{aligned} 2_{x_2} &= 2_{x_3} \\ 2_{x_2} &= 2_{x_3} \end{aligned} \Leftrightarrow x_2 = x_3 \quad (4)$$

Formlen for opstillingen af alle vektorer i R for dette matrix, er derfor:

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Opgave 9.6B

$$A = \begin{bmatrix} 5 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 2 \\ 0 & 1 & 4 - \lambda \end{bmatrix} \quad (6)$$

Her ser vi at da række 1 og søjle 1 kun har indgang 1,1 udfyldt, så findes determinanten således:

$$\det = (5 - \lambda) \cdot \left((3 - \lambda)(4 - \lambda) - (2 \cdot 1) \right) \quad (7)$$

$$= -\lambda^3 + 12\lambda^2 - 45\lambda + 50 \quad (8)$$

Herpå dette 3.grads polynomium laver vi polynomiers division. Og da vi har opgivet 5 som værende en løsning så vælger vi $\lambda - 5$ som divisor. Derefter fås løsningen:

$$-\lambda^2 + 7\lambda - 10 \quad (9)$$

Til det 2.grads polynomium findes rødderne så:

$$d = 7^2 - 4(-1)(-10) = 9 \quad (10)$$

$$r = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{-2} = 2 \wedge 5 \quad (11)$$

*Søren Løbner, DAT1
lobner@daimi.au.dk*