Aflevering til Calculus1

uge 45, udskrevet: 20. november 2005

Opgave 9.6A

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Vi har opgivet matricen A med egenværdien 5 som vi skal finde alle egenvektorer for. Det gør vi at subtrahere 5 i diagonalen.

$$A = \begin{bmatrix} 5-5 & 0 & 0 \\ 0 & 3-5 & 2 \\ 0 & 1 & 4-5 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Den sætter vi så ind i et ligningsystem, med 3 ubekendte, og løser dette.

$$\begin{array}{c} 0_{x1} + 0_{x2} + 0_{x1} = 0 \\ 0_{x1} - 2_{x2} + 2_{x3} = 0 \\ 0_{x1} + 1_{x2} - 1_{x3} = 0 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{c} -2_{x2} + 2_{x3} = 0 \\ -2(1_{x2} - 1_{x3}) = 0 \end{array} \tag{3}$$

Nederste række ganger vi med -2 og får derved:

$$\begin{array}{c} -2_{x2} + 2_{x3} = 0 \\ -2_{x2} + 2_{x3} = 0 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{c} 2_{x2} = 2_{x3} \\ 2_{x2} = 2_{x3} \end{array} \Leftrightarrow {}_{x2} = {}_{x3} \tag{4}$$

Formlen for opstillingen af alle vektorer i R for dette matrix, er derfor:

$$x1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{5}$$

Opgave 9.6B

$$A = \begin{bmatrix} 5-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & 2 \\ 0 & 1 & 4-\lambda \end{bmatrix} \tag{6}$$

Her ser vi at da række 1 og søjle 1 kun har indgang $1,1$ udfyldt, så findes determinanten således:

$$\begin{aligned} det &= (5-\lambda)\cdot\Big(\big((3-\lambda)(4-\lambda)\big) - \big(2\cdot 1\big)\Big) && (7) \\ &= -\lambda^3 + 12\lambda^2 - 45\lambda + 50 && (8) \end{aligned}$$

Herpå dette 3.grads polynomium laver vi polynomiers division. Og da vi har opgivet 5 som værende en løsning så vælger vi $\lambda - 5$ som divisor. Derefter fås løsningen:

$$-\lambda^2 + 7\lambda - 10 \tag{9}$$

Til det 2.grads polynomium findes rødderne så:

$$d = 7^2 - 4(-1)(-10) = 9 \tag{10}$$

$$r = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{-2} = 2 \wedge 5 \tag{11}$$

Søren Løbner, DAT1
lobner@daimi.au.dk