

# Matematikkens Videnskabsteori 2009

## Synopsiseksempel:

### Perelmans bevis for Poincaré-formodningen og den matematiske litteratur

Henrik Kragh Sørensen

27. januar 2009

I sensommeren 2006 blev den russiske matematiker Grigori Perelman (født 1966) tilbudt den meget præstigiøse Fields-medalje ved Den internationale matematikerkongres i Madrid. Han havde nemlig i 2002 bevist den såkaldte Poincaré-formodning inden for topologien, som siden den blev formuleret af Henri Poincaré i begyndelsen af det 20. århundrede havde været et af matematikkens største uløste gåder. I forbindelse med årtusindeskiftet blev Poincaré-formodningen endda optaget på den liste over de syv største uløste matematiske problemer — *the Clay Mathematical Institute Millennium Problems* — hvis løsning ville indbringe løseren en dusør på \$1.000.000.

Perelman offentliggjorde sit bevis i form af tre artikler, som han uploadede til den elektroniske "preprint server" for matematik [www.arXiv.org](http://www.arXiv.org). Hver for sig indeholdt de tre artikler resultater inden for dynamiske systemer, geometri og analyse, som samlet udgjorde et bevis for en formodning, som endda var lidt stærkere end Poincaré-formodningen. Umiddelbart efter offentliggørelsen på arXiv.org begyndte det internationale matematikersamfund at underkaste beviserne en grundig efterprøvning — Perelman blev bl.a. inviteret til USA for at holde en række forelæsninger over sine resultater. De grundige granskninger førte ikke til opdagelsen af afgørende fejl eller problemer, og efterhånden blev Perelmans beviser accepterede som en løsning af Poincaré-formodningen. Dette kulminerede, da han som nævnt ved Den internationale Matematikerkongres fik tilbudt Fields-medaljen, som han imidlertid afslog at modtage. Dette var aldrig før sket, men for Perelman var det tilstrækkelig belønning at hans beviser var blevet accepterede som holdbare.

Da Perelman uploadede sin serie af tre artikler til preprint-serveren arXiv.org gik han udenom de traditionelle kanaler for matematiske publikationer. På preprint-serveren kan alle — efter en meget kort registrering — uploade artikler i PDF-format, uden at

disse gøres til genstande for den "peer-review-proces", som traditionelle (typisk papirbundne) tidsskrifter benytter sig af. Ved peer-review underkastes en indsendt artikel kritisk gennemlæsning af "peers", dvs. ligeværdige kolleger, inden den offentliggøres. Denne praksis er meget benyttet i akademiske kredse, ikke mindst inden for naturvidenskaberne og matematik. En af fordelene ved peer-review er, at kvaliteten af artiklerne efterprøves inden de når ud til offentligheden. Til gengæld sinker selve review-processen offentliggørelsen, hvilket for mange forskere i det 21. århundrede synes at være en unødvendig hindring, idet mulighederne for såvel elektronisk kommunikation som personlige og ofte uformelle møder er taget voldsomt til i takt med globaliseringen. Det var også sådanne bevæggrunde, der motiverede Perelman til at uploade sine artikler uden forudgående godkendelse - han mente, at resultaterne talte for sig selv og overlod det til hele matematikersamfundet at vurdere hans bedrift.

I den gråzone, som eksisterer omkring preprint-litteraturen, risikerer Perelman faktisk også, at han ikke kan komme til at offentliggøre sit bevis i et traditionelt tidsskrift, idet disse ofte insisterer på, at artiklerne og deres indhold skal være originale og altså ikke må have været offentliggjort før. Dette krav er netop en anden af de hindringer for videnskabens hurtige udvikling i den elektroniske tidsalder, som også er blevet påpeget i den ovenfor behandlede diskussion.

Man kan sige, at Perelman — ved sin måde at offentliggøre sine resultater — eksplicit overlod det til en "konsensusproces" inden for matematikersamfundet at afgøre, hvorvidt hans beviser var pålidelige. Efterfølgende stillede han sig også til rådighed for denne proces ved at turnere med forelæsninger, hvorved matematikere i USA kunne stille spørgsmål direkte til ham og få uddybet de komplicerede beviser. Gennem denne dialog nåede tilhørerne til en bedre forståelse beviserne, som var sværere at udtrække fra de relativt korte og kompakte artikler.

Da Tobias Holck Colding i 2004 blev interviewet af Lone Frank om Perelmans bevis udtalte han: "Jeg tror at beviset holder" (Frank 2004, s. 3 i kompendiet) — på det tidspunkt var konsensus allerede ved at indtræffe, men det er vigtigt at bemærke, at selv den dansker der måske bedst forstår Perelmans arbejdsområder kun "tror" at beviset holder — absolut sandhed må tilsyneladende vige for tillid til at den matematiske reviewproces og Perelmans egen ihærdighed og ærlighed står til troende.

I tidsskrifter, der benytter den traditionelle peer-review, kan man derimod bedre tale om et matematiksyn, der ser matematiske resultater som absolut sande. Det er et af de vægtigste argumenter for peer-review, at processen sikrer ikke bare pålideligheden af påstandene, men også deres korrekthed og dermed sandhed. Derimod kan man naturligvis indvende, at også reviewerne "blot" er mennesker, og derfor fra tid til anden er dømt til at tage fejl. Men alligevel har nogle matematikere argumenteret for, at netop den matematiske litteratur — i kraft af såvel genstandsfeltets tilsyneladende tidsløshed som peer-review-mekanismens sikring af artiklernes kvalitet — har en meget større permanens end andre videnskabelige publikationer (Quinn 1995, s. 54).

At Perelman kunne slippe afsted med at få sine resultater accepteret og anerkendt i

det matematiske miljø udenom peer-review-processen åbner op for store udfordringer til den matematiske litteratur. I forvejen var de traditionelle matematiske tidsskrifter under pres for at sikre hurtigere udbredelse af nye resultater, men hvis Perelmans fremgangsmåde udbredes vil det (måske) føre til en overophedning af matematisk litteratur på internettet. Hvis der ingen kvalitetssikring er af artiklerne — hvilket jo netop er muligt at undgå på nettet — er der ingen eller kun de enkelte forfattere, der står inde for pålideligheden af de matematiske resultater. Og selvom det lykkedes Perelman at tiltrække sig international bevågenhed og få sine resultater grundigt efterprøvet af eksperter, kan dette selvfølgelig ikke lade sig gøre for hvem som helst. Perelman var ikke vidt berømt inden sine 2002-artikler, men han havde dog tilstrækkelig "kredit" for tidligere arbejder og institutionelle kontakter til, at hans artikler blev taget seriøst af centrale matematikere. Dermed kan man se, at en stor portion tillid til Perelman og hans oprigtighed var en nødvendig forudsætning for, at hans beviser overhovedet nåede igennem til de rigtige læsere.

Selvom mange matematikere hæger om den matematiske litteraturs permanens og kvalitet, er der også stemmer der taler for en hurtigere og mere konsensusbaseret udbredelse af matematiske resultater; se fx (Odlyzko 1995). De argumenterer typisk for, at selv med traditionelle tidsskrifter er mængden af matematisk litteratur i dag så omfattende, at peer-review-processen alene på grund af omfanget ikke kan garantere pålidelighed uden at blive en kolossal belastning for den gruppe af matematikere, som har både overblik og ekspertise til at bedømme andres afhandlinger. Derfor har nogle matematikere i 1990'erne — hvor internettet stadig var i sin vorden og fx Wikipedia lå ude i fremtiden — foreslået et publikationssystem, hvor tilgangen til at offentliggøre artikler var meget åben, men hvor artikler kunne annoteres med vurderinger efterhånden som andre læste dem igennem og enten bestyrkede deres indhold eller kritiserede det (Odlyzko 1995, s. 51–52). Dette forslag byggede på en demokratisk opfattelse af adgangen til at udbrede matematiske resultater, og det er blevet indarbejdet i forskelligt omfang i både arXiv.org og i wiki-ideen. Men forbeholdene omkring, at det kunne føre til et fald i pålideligheden af de publicerede resultater er også konsekvenser, som man i dag oplever netop om disse medier.

Selvom Perelman fik tilbudt Fields-medaljen for sit bevis af Poincaré-formodningen, er han ikke blevet tilbudt en del af The Millennium Prizes, idet der i reglerne for disse priser stipuleres, at de kun kan gives for matematiske resultater, der er offentliggjort i matematiske tidsskrifter med peer-review. Da Perelman ikke selv har søgt at offentliggøre sine resultater på denne måde, kan han ikke umiddelbart få del i disse priser, selvom den mulighed består, at reglerne kan ændres. Man kan nemlig i disse regler se yderligere et prominent eksempel på det traditionelle matematiksyn ifølge hvilket et matematisk resultat først er etableret, når det er offentliggjort i et tidsskrift med peer-review — og som nævnt er dette matematiksyn under angreb fra mere konsensusbaserede opfattelser.

## Litteratur

Frank, L.: 2004, QED — måske, *Weekendavisen* **2004-05-14**(Kultur), 6.

Odlyzko, A. M.: 1995, Tragic loss or good riddance? The impending demise of traditional scholarly journals, *Notices of the AMS* **42**(1), 49–53.

Quinn, F.: 1995, Roadkill on the electronic highway: The threat to the mathematical literature, *Notices of the AMS* **42**(1), 53–56.