Lineær Algebra

Institut for Matematiske Fag,
Aarhus Universitetet.

11. maj, 2009.

Opgaver, Uge 13.

Følgende er blandt opgaverne for Uge 13:

Opgaver til Laboratoriet 13

[L] 6.6: 6(b,e), 7(a,b,c), 9;

Opgave A Lad

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ -9 & -5 \end{bmatrix}.$$

Beregn $\exp(tA)$.

Forberedelse til Øvelserne og Afleveringsopgaven.

Opgaver til Øvelserne 13

[L] 6.6: 11, 12, 13, 14;

Opgave 1 Lad R være den reelle 3×3–matrix

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1+\sqrt{2} & \sqrt{2} & 1-\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & 2 & -\sqrt{2} \\ 1-\sqrt{2} & \sqrt{2} & 1+\sqrt{2} \end{bmatrix}.$$

Vis, at R er en rotationsmatrix, og find dens rotationsakse.

Opgave 2 Lad $A \in \mathbf{Mat}_{n,n}(\mathbf{C})$ være diagonaliserbar; lad $\mu_1, \ldots, \mu_k \in \mathbf{C}$ være de forskellige egenværdier for A. Vis, at

$$(A - \mu_1 I) \ldots (A - \mu_k I) = 0.$$

Opgave 3 Lad A være den reelle 3×3–matrix

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Find løsningen $\mathbf{y} : \mathbf{R} \to \mathbf{R}^3$ med $\mathbf{y}(0) = [0, 1, 3]^T$ til differentialligningen $\mathbf{x}' = A\mathbf{x}$.

Afleveringsopgave 13

Lad

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Beregn $\exp(tA)$, og angiv løsningerne $\mathbf{y}_1$, $\mathbf{y}_2$, $\mathbf{y}_3$ til ligningen $\mathbf{x}' = A\mathbf{x}$ med $\mathbf{y}_i(0) = \mathbf{e}_i$, $i = 1, 2, 3$.

Andrew du Plessis