Lineær Algebra

Institut for Matematiske Fag,
Aarhus Universitet.
15. april, 2009.

Ugeseddel nr. 9.

Gennemgået stof, 8.uge (kalenderugerne 14 og 15)

Noternes sektion 8, om determinanter - se også [L], Kap. 2, .

Planlagt stof, 9. uge (kalenderuge 16)

Noternes sektion 9, om egenværdier, egenvektorer og diagonalisering; se også [L], 6.1, 6.3 .

Opgaver til Laboratoriet 9

[L] 2.1: 1, 3(a,e,h), 4,
[L] 2.2: 1, 4, 13,
[L] 2.3: 1(a,c), 2(a,d), 3,

Opgave A: lad $Q \in \mathrm{Mat}_{\mathrm{n,n}}(\mathbf{R})$ være ortogonal. Vis, at $\det(Q) = \pm 1$.

Forberedelse til Øvelserne og Afleveringsopgaven.

Opgaver til Øvelserne 9

[L] 2.2: 5, 6, 12, 14, 16,
[L] 2.3: 8, 10, 11.

Opgave B:

Lad $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^3$. Definer *krydsproduktet* af $\mathbf{a}$ og $\mathbf{b}$ som

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{bmatrix}.$$

(i) Lad $\mathbf{c} \in \mathbf{R}^3$. Vis, at $\mathbf{a} \times \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = \det([\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}])$.
(ii) Vis, at $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$ hvis, og kun hvis, $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ er lineært afhængige.
(iii) Vis, at $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ er ortogonal til $\mathbf{a}$ og $\mathbf{b}$.
(iv) Vis, at arealet (2-volumen) af $K(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ er $\|\mathbf{a} \times \mathbf{b}\|$.
(Vink: beregn $\det([\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a} \times \mathbf{b}])$.)

Afleveringsopgave 9

[L] 2.2: 17.

Andrew du Plessis